

---

Ε.Π. Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση, ΕΣΠΑ (2007 – 2013)

**ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ  
ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΤΠΕ  
ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΑΞΗ**

**Επιμορφωτικό υλικό  
για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στα  
Κέντρα Στήριξης Επιμόρφωσης**

**Τεύχος 4: Κλάδος ΠΕ03**

**Β' έκδοση**

**Αναθεωρημένη & Εμπλουτισμένη**



ΕΑΙΤΥ - Τομέας Επιμόρφωσης και Κατάρτισης (ΤΕΚ)

**Πάτρα, Νοέμβριος 2010**



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

---

## **Ενότητα: Χειρισμός αλγεβρικών ψηφιακών συστημάτων**

### **Σενάριο 8 (Τροποποιημένο):**

#### **Η γραμμική συνάρτηση $\psi=ax$**

##### *Γνωστική περιοχή:*

Άλγεβρα Α' Λυκείου.

- Η γραμμική συνάρτηση  $\psi=ax$ .

##### *Θέμα:*

Το προτεινόμενο θέμα αφορά στην **αναζήτηση σημείων  
συνευθειακών με την αρχή των αξόνων**, μέσα από ένα σύνολο  
σημείων με γνωστές συντεταγμένες στο καρτεσιανό επίπεδο.

##### *Τεχνολογικά εργαλεία:*

Το σενάριο προτείνεται να υλοποιηθεί με το λογισμικό **Function  
Probe (FP)**.

## **ΣΚΕΠΤΙΚΟ**

### *Βασική ιδέα:*

Αν διαθέτουμε ένα μεγάλο αριθμό σημείων των οποίων είναι  
γνωστές οι συντεταγμένες στο καρτεσιανό επίπεδο, μπορούμε να  
δημιουργήσουμε έναν πίνακα με δύο στήλες εκ' των οποίων, η  
πρώτη θα περιέχει τις τετμημένες και η άλλη τις τεταγμένες.

Η απεικόνιση των διατεταγμένων αυτών ζευγών, θα μπορούσε να υποδείξει τον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να ομαδοποιήσουμε τις γραφικές παραστάσεις των γραμμικών συναρτήσεων, μέσω των συνευθειακών σημείων τα οποία δημιουργούνται.

Η κλίση της κάθε μιας ευθείας που ορίζεται από τα σημεία, προσδιορίζει τον συντελεστή διεύθυνσης της κάθε συνάρτησης.

**Το σενάριο που θα παρουσιαστεί στηρίζεται σε ένα πρόβλημα**, μέσα από το οποίο θα δοθούν οι απαντήσεις στο προτεινόμενο θέμα.

### *Προστιθέμενη αξία:*

Η προστιθέμενη αξία του συγκεκριμένου σεναρίου, στηρίζεται στα εξής:

- Στην προσέγγιση ενός μαθηματικού θέματος, μέσα από ένα **πρόβλημα**.
- Στην **αξιοποίηση της τεχνολογίας**, που θα δώσει τη δυνατότητα για μοντελοποίηση, καθώς και για τη διασύνδεση των πολλαπλών αναπαραστάσεων μιας συνάρτησης.
- Στη **συνεργασία**, που προβλέπεται μεταξύ των μαθητών αλλά και με τον καθηγητή τους, η οποία αναμένεται να προσδώσει πρόσθετη παιδαγωγική αξία, σύμφωνα με την κοινωνικοπολιτισμική θεώρηση της μάθησης.
- Στην **αναληπτική - διερευνητική μάθηση** με την οποία θα εμπλακούν οι μαθητές, αφού θα χρειαστεί να κάνουν εικασίες, δομικές, επαληθεύσεις και διερευνήσεις.

## Πλαίσιο εφαρμογής

*Σε ποιους απευθύνεται:*

Το σενάριο απευθύνεται στους μαθητές της **Α' Λυκείου**.

*Χρόνος υλοποίησης:*

Για την εφαρμογή του σεναρίου, με την προϋπόθεση ότι υπάρχουν οι προαπαιτούμενες γνώσεις, εκτιμάται ότι θα χρειαστούν **2 διδακτικές ώρες**.

*Χώρος υλοποίησης:*

Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί **εξ' ολοκλήρου στο εργαστήριο υπολογιστών**, στο οποίο θα πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον τόσοι υπολογιστές ώστε, να μπορούν να εργαστούν οι μαθητές ανά τρεις. Σε κάθε υπολογιστή θα πρέπει να υπάρχει ο φάκελος με το λογισμικό, το οποίο δεν χρειάζεται εγκατάσταση.

*Προαπαιτούμενες γνώσεις:*

Ως προς τα μαθηματικά, οι μαθητές θα πρέπει να γνωρίζουν:

- Την έννοια του πίνακα τιμών και της γραφικής παράστασης συνάρτησης.
- Την γραμμική συνάρτηση  $\psi=ax$  σε σχέση με τη μορφή της γραφικής της παράστασης και το συντελεστή διεύθυνσης.
- Τα ανάλογα ποσά και τη σχέση τους με τη γραμμική συνάρτηση.

Ως προς το λογισμικό, οι μαθητές θα πρέπει να γνωρίζουν:

- Τη συμπλήρωση των στηλών του πίνακα τιμών.
- Την αποστολή σημείων σε γράφημα
- Την αλλαγή κλίμακας στο Γράφημα του FP.
- Τον ορισμό μεταβλητών στους άξονες.
- Τη δημιουργία γραφικών παραστάσεων γράφοντας τον τύπο.
- Τη λειτουργία της οριζόντιας παραμόρφωσης και της μεταφοράς μιας γραφικής παράστασης.

*Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία:*

Στην κάθε ομάδα προτείνεται να δοθεί ένα **φύλλο εργασίας** το οποίο θα περιγράφει το πρόβλημα, θα έχει τις οδηγίες, τα βήματα εργασίας και τα ερωτήματα προς τους μαθητές. Το φύλλο εργασίας, θα πρέπει να αφήνει μια αρκετά μεγάλη ελευθερία στους μαθητές ώστε, να θέτουν τα δικά τους ερωτήματα και να απαντούν σ' αυτά.

Επιπλέον, καλό θα είναι, οι μαθητές, να διαθέτουν ένα **τετράδιο σημειώσεων**.

*Κοινωνική εννοχήστρωση της τάξης:*

Οι μαθητές, εργαζόμενοι σε ομάδες και καθοδηγούμενοι από το φύλλο εργασίας, καλούνται να επινοήσουν τρόπους αξιοποίησης των δυνατοτήτων του ψηφιακού εργαλείου, το οποίο διαθέτουν. Επομένως, η διερεύνηση αυτή θα γίνει **συνεργατικά**.

Για να υπάρχει κοινός στόχος και καλή συνεργασία, οι μαθητές της κάθε ομάδας προτείνεται να συμπληρώσουν ένα **κοινό φύλλο εργασίας**.

Στην περίπτωση που υπάρχει διαθέσιμος **διαδραστικός πίνακας**, το σύνολο των μαθητών της τάξης μετατρέπεται σε μία κοινότητα τα μέλη της οποίας μμελετούν, σχολιάζουν και προτείνουν δράσεις πάνω στις αναπαραστάσεις των εννοιών που εμφανίζονται στον πίνακα.

Στη διάρκεια της υλοποίησης του σεναρίου, **ο ρόλος του εκπαιδευτικού** θα είναι να **καθοδηγεί** τους μαθητές και να **συνεργάζεται** μαζί τους, να τους βοηθάει στη χρήση του λογισμικού, να **δίνει ανατροφοδότηση** και να τους **ενθαρρύνει** στο να κάνουν εικασίες και δοκιμές αλλά και να συνεργάζονται μεταξύ τους.

### **Στόχοι:**

#### Γνωστικοί

Οι μαθητές:

- Να χρησιμοποιήσουν τις γνώσεις τους στη γραμμική συνάρτηση ώστε, να εντοπίζουν συνευθειακά σημεία στο καρτεσιανό επίπεδο ή μέσα από έναν πίνακα τιμών.
- Να συνδέσουν την κλίση της ευθείας  $\psi=ax$ , με την τιμή μονάδας στα ανάλογα ποσά.
- Κατ' επέκταση, να χρησιμοποιήσουν τη γραμμική συνάρτηση  $\psi=ax$  για να δημιουργήσουν τη γραφική παράσταση της  $\psi=ax+\beta$  και να κατανοήσουν την ιδιαίτερη σχέση των δύο αυτών συναρτήσεων.

### Κοινωνικοί

Οι μαθητές:

- Να ασκηθούν στη συνεργασία και την διαπραγμάτευση των ιδεών τους ώστε, η γνώση να αποκτήσει έναν διυποκειμενικό χαρακτήρα.
- Να αποκτήσουν τη δεξιότητα παρουσίασης των αποτελεσμάτων τους στην τάξη.
- Να αντιμετωπίσουν τον καθηγητή τους ως συνεργάτη και καθοδηγητή της εκπαιδευτικής διαδικασίας, σε αντίθεση με τον συνηθισμένο του ρόλο, της αυθεντίας μετάδοσης της γνώσης.

### Τεχνολογικοί

Οι μαθητές:

- Να αξιοποιήσουν τις δυνατότητες του λογισμικού FP για τη μοντελοποίηση προβλημάτων και τη διασύνδεση, μέσω των παραθύρων του Πίνακας και Γράφημα, των πολλαπλών αναπαραστάσεων μιας συνάρτησης.
- Να χρησιμοποιήσουν την Αριθμομηχανή του λογισμικού, για τη δημιουργία κουμπιών που να συνδέουν τις μεταβλητές των συναρτήσεων.

## **Ανάλυση του σεναρίου - Ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων**

### **Προεργασία**

Ο διδάσκων, θα πρέπει να έχει ετοιμάσει έναν πίνακα με αριθμούς σε 2 στήλες και 20 γραμμές, που θα αντιστοιχούν στις συντεταγμένες 20 σημείων.

Θα έχει φροντίσει ώστε, τα σημεία αυτά να δημιουργούν τρεις ομάδες ευθειών που διέρχονται από την αρχή των αξόνων, δηλαδή οι λόγοι των συντεταγμένων θα παρουσιάζουν συνολικά 3 διαφορετικά αποτελέσματα.

Ακόμη, ένα από τα ζεύγη τιμών προτείνεται να αντιστοιχεί σε ένα σημείο το οποίο δεν θα ανήκει σε καμία από τις τρεις προηγούμενες ευθείες.

Στην αρχή, ο διδάσκων επιχειρεί να κινητοποιήσει τους μαθητές επισημαίνοντας ότι στην δραστηριότητα αυτή εκτός από το αποτέλεσμα έχει σημασία και ο χρόνος υλοποίησης, ο οποίος θα πρέπει να ελαχιστοποιηθεί με τη βοήθεια των υπολογιστικών εργαλείων που διαθέτουν.



## Το Πρόβλημα

Ο καθηγητής, θέτει στους μαθητές, μέσω του φύλλου εργασίας, το παρακάτω **πρόβλημα**:

Ένας πωλητής είναι υπεύθυνος για την πώληση τριών προϊόντων Α, Β, Γ τα οποία διαθέτει σε διαφορετικές τιμές. Κάθε φορά που κάνει μία πώληση καταγράφει την ποσότητα π (σε κιλά) και δίπλα το ποσό τ (σε Ευρώ) που εισέπραξε. Όταν ολοκληρώσει 20 πωλήσεις, παρέδωσε τον πίνακα που είχε κατασκευάσει στον προϊστάμενό του ο οποίος, θέλησε να ελέγξει δύο πράγματα:

**α)** Πόσες πωλήσεις είχαν γίνει από κάθε προϊόν.

**β)** Αν σε κάποια πώληση είχε γίνει λάθος στον υπολογισμό.

Επίσης, θέλει να **κατασκευάσει ένα εργαλείο**, το οποίο θα υπολογίζει άμεσα την τιμή κάθε φορά που πουλάει ένα από αυτά τα προϊόντα ώστε, να διευκολύνει τον υπάλληλο.

**Ζητάμε από τους μαθητές**, αξιοποιώντας τις γνώσεις τους και τις δυνατότητες του λογισμικού, **να βοηθήσουν** τον προϊστάμενο στην επίλυση του παραπάνω προβλήματος. Η δραστηριότητα αυτή, περιγράφεται στις φάσεις που ακολουθούν.

## 1η Φάση: Απαντήσεις στα ερωτήματα

**A.** Ο διδάσκων ζητά από τους μαθητές να **συζητήσουν** τους τρόπους με τους οποίους θα μπορούσαν να εντοπίσουν ομάδες συνευθειακών σημείων με την αρχή των αξόνων, μέσα από μια ομάδα σημείων των οποίων οι συντεταγμένες καταγράφονται σε έναν πίνακα τιμών ή απεικονίζονται σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

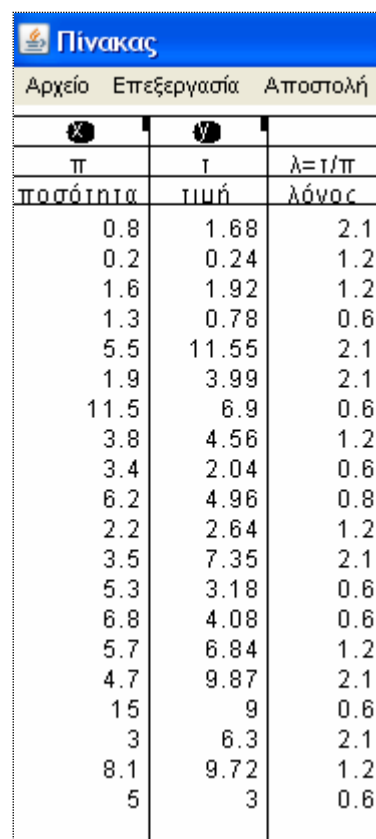
### B. Αξιοποίηση του λογισμικού

Οι μαθητές, ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα, θα αξιοποιήσουν τις δυνατότητες του λογισμικού για το συγκεκριμένο πρόβλημα.

#### Βήμα 1: Κατασκευή του πίνακα τιμών

Ο διδάσκων, ζητά από τους μαθητές να περάσουν στις στήλες του πίνακα τιμών του λογισμικού τα 20 έτοιμα ζεύγη τιμών που αντιστοιχούν στις 20 διαφορετικές πωλήσεις, καθώς και να κατασκευάσουν μια τρίτη στήλη με το πηλίκο των τιμών των δύο άλλων στηλών.

Στη συνέχεια, ζητείται από τους μαθητές ερμηνεύσουν τα αποτελέσματα της τρίτης στήλης και να εντοπίσουν τις πωλήσεις που αντιστοιχούν σε καθένα από τα τρία προϊόντα.



Π ποσότητα	Γ τιμή	λ=Γ/Π λόγος
0.8	1.68	2.1
0.2	0.24	1.2
1.6	1.92	1.2
1.3	0.78	0.6
5.5	11.55	2.1
1.9	3.99	2.1
11.5	6.9	0.6
3.8	4.56	1.2
3.4	2.04	0.6
6.2	4.96	0.8
2.2	2.64	1.2
3.5	7.35	2.1
5.3	3.18	0.6
6.8	4.08	0.6
5.7	6.84	1.2
4.7	9.87	2.1
15	9	0.6
3	6.3	2.1
8.1	9.72	1.2
5	3	0.6

Έτσι, οι μαθητές θα πρέπει να παρατηρήσουν ότι **το πηλίκο τ/π παίρνει τρεις διαφορετικές τιμές** 0,6, 2,1 και 1,2. Οι τιμές αυτές, αντιστοιχούν στην τιμή μονάδας του καθενός από τα τρία είδη προϊόντος.

Επίσης, ζητείται από τους μαθητές να προσδιορίσουν τη σχέση που συνδέει την τιμή με την ποσότητα στο κάθε προϊόν, καθώς και τη μορφή των γραφικών παραστάσεων που αντιστοιχούν στα τρία αυτά είδη. Έτσι, οι σταθεροί λόγοι ανά ομάδα, παραπέμπουν σε **ποσά ανάλογα**, πράγμα που σημαίνει ότι οι μαθητές πρέπει να προβλέψουν ότι οι συντεταγμένες των σημείων θα συνδέονται με σχέσεις της μορφής  $y=ax$ , όπου το  $a$  θα παίρνει τις τιμές 0.6, 2.1 και 1.2. Επίσης, πρέπει να προβλέψουν ότι, τα σημεία της κάθε ομάδας θα ανήκουν σε **ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων**.

Ένας όμως από τους λόγους δίνει διαφορετικό αποτέλεσμα (από τις τρεις παραπάνω τιμές) οπότε, οι μαθητές θα πρέπει να συνδέσουν αυτό το **μεμονωμένο σημείο** με λανθασμένο υπολογισμό του υπαλλήλου. Προφανώς, το σημείο αυτό δεν θα ανήκει σε καμιά από τις ευθείες.

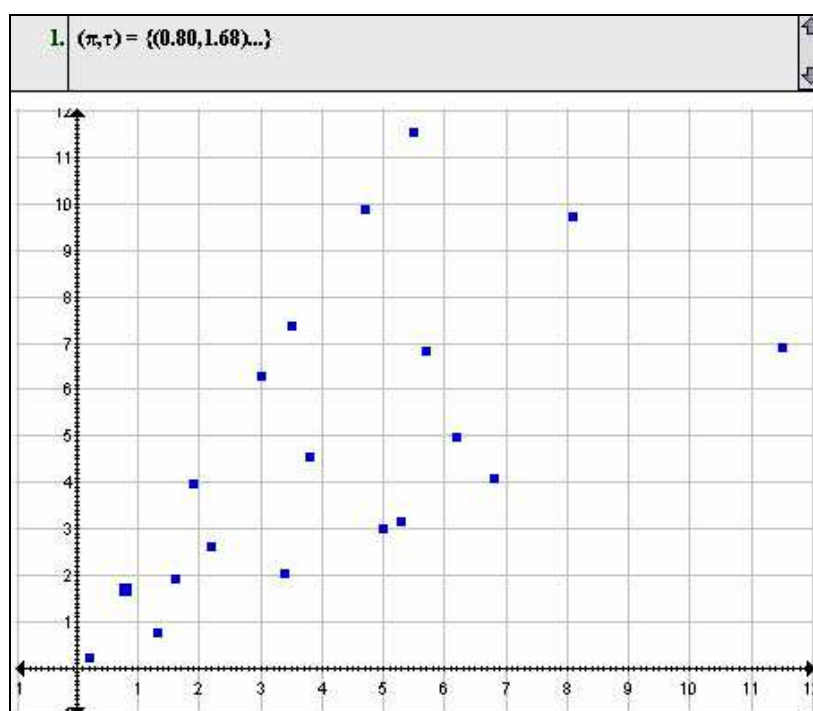
## **Βήμα 2: Κατασκευή του Γραφήματος**

Στο σημείο αυτό, θα ήταν σκόπιμο, να γίνει διαπραγμάτευση για το εύρος των τιμών σε κάθε ένα από τους άξονες, αλλά και η απαιτούμενη ακρίβεια ώστε, οι μαθητές να επιλέξουν την **κατάλληλη κλίμακα**, με το αντίστοιχο εργαλείο του λογισμικού.

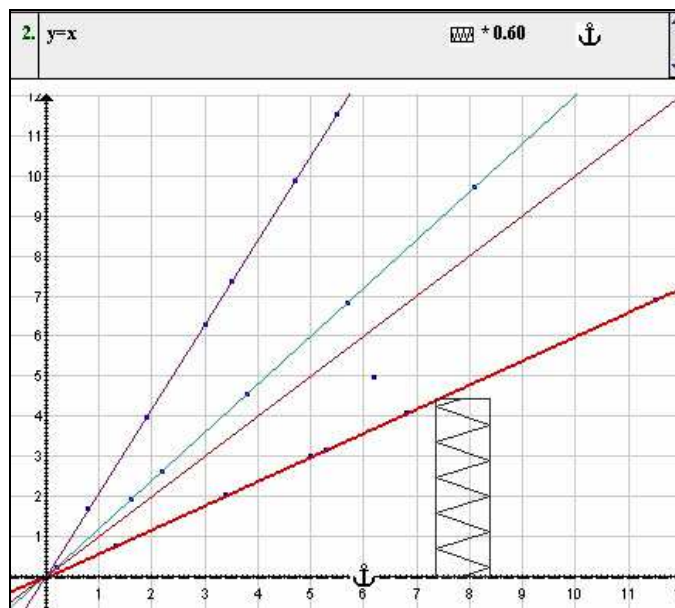
Στη συνέχεια, οι μαθητές αποστέλλουν τα σημεία στους άξονες, κατασκευάζουν την ευθεία  $y=x$  και με το εργαλείο του ελαστικού χειρισμού της αυξομείωσης περιστρέφουν την ευθεία ώστε, να προσαρμοστεί πάνω στα σημεία.

Μέσω της περιστροφής της ευθείας  $y=x$ , οι μαθητές ανακαλύπτουν τις τρεις ομάδες συνευθειακών σημείων, ενώ συγχρόνως το λογισμικό τους δίνει τη δυνατότητα να εντοπίσουν και τις εξισώσεις των τριών ευθειών που προκύπτουν:

$$y=2,1x \quad y=0,6x \quad y=1,2x.$$

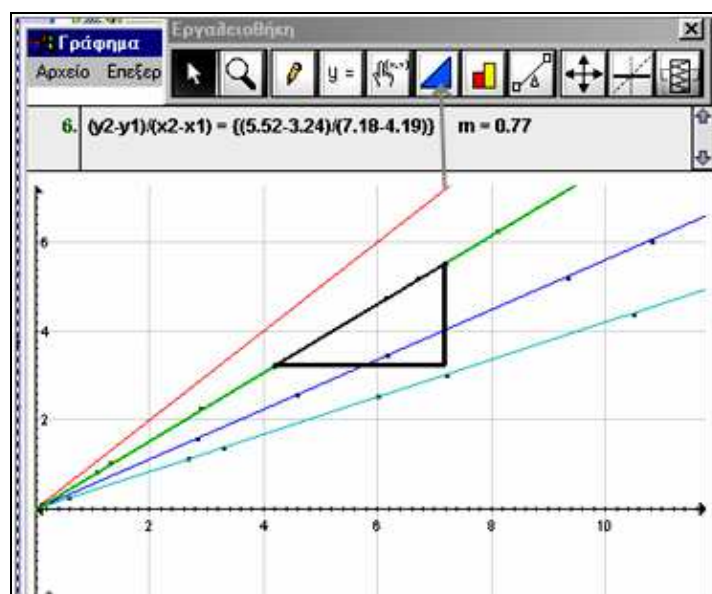


**Εικόνα 1:** Τα σημεία στο Γράφημα του FP.



Εικόνα 2: Περιστροφές της  $\psi=x$ .

Στο σημείο αυτό, έχει την δυνατότητα ο εκπαιδευτικός να οδηγήσει τους μαθητές στην ανάκληση της έννοιας της **κλίσης ευθείας**, η οποία ισούται με το σταθερό λόγο  $\tau/\pi$  και μπορεί να την προσεγγίσει μέσα από τις δυνατότητες του λογισμικού.



Εικόνα 3: Κλίση ευθείας από το λογισμικό

Εδώ, το σημαντικό είναι ότι, το ορθογώνιο τρίγωνο το οποίο κατασκευάζει το λογισμικό, έχει πλευρές των οποίων τα μέτρα είναι ανάλογα προς τις συντεταμένες των σημείων της ομάδας.

## Γ' Απαντήσεις

Στη συνέχεια, οι μαθητές διαπραγματεύονται τους δύο τρόπους με τους οποίους μπορούν να απαντήσουν στα αρχικά ερωτήματα. Ο ένας τρόπος είναι ο **αριθμητικός (πίνακας τιμών)** και ο άλλος τρόπος είναι ο **γεωμετρικός (μέσω της γραφικής παράστασης)**.

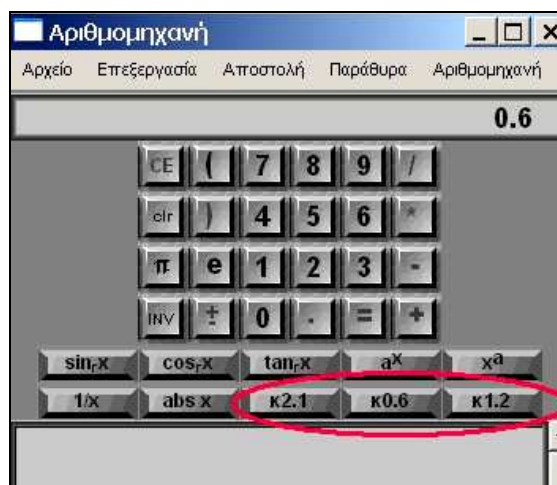
## 2η Φάση:

### Κατασκευή εργαλείων υπολογισμού των τιμών

Μετά, ο διδάσκων, ζητά από τους μαθητές να συζητήσουν τις δυνατότητες του λογισμικού για την κατασκευή εργαλείων τα οποία θα μπορούσαν να βοηθήσουν τον υπάλληλο ώστε, να έχει άμεσα την τιμή πώλησης και να μην χρειάζεται να κάνει πράξεις κατά την πώληση των τριών αυτών προϊόντων.

Το σημαντικό κατά τη φάση αυτή είναι, να διαπραγματευτούν οι μαθητές με πόσους τρόπους μπορούν να κατασκευάσουν τέτοιους πίνακες και να υλοποιήσουν μία τουλάχιστον τέτοια κατασκευή.

**α)** Ένας τρόπος, θα μπορούσε να είναι η χρήση της **αριθμομηχανής**, μέσω της οποίας θα κατασκευάσουν τρία κουμπιά, που το καθένα θα υπολογίζει την είσπραξη από την πώληση του κάθε προϊόντος.



**Εικόνα 4:** Η κατασκευή των τριών κουμπιών.

**β)** Ένας άλλος τρόπος, μπορεί να υλοποιηθεί με την **χρήση του παραθύρου του πίνακα**, αν οι μαθητές γεμίσουν μία στήλη με τιμές π.χ. από 0,5 μέχρι 10 με αύξηση 0,5. Στην συνέχεια, θα 'γεμίσουν' τις τρεις επόμενες στήλες με την βοήθεια των τύπων των τριών συναρτήσεων.

Εδώ, είναι σημαντικό, να υπογραμμιστεί η σημασία του συντελεστή  $a$  (τιμή μονάδας) της συνάρτησης  $\psi=ax$ , όταν το  $x$  εκφράζει ποσότητα και το  $\psi$  τιμή.

**γ)** Τέλος, ένας άλλος τρόπος είναι, η **κατασκευή των γραφικών παραστάσεων** των τριών συναρτήσεων και στη συνέχεια η αποκοπή σημείων από τις γραφικές παραστάσεις, με βήμα το οποίο θα αποφασίσουν οι μαθητές.

Οι δραστηριότητες της δεύτερης φάσης, έχουν στόχο να οικειοποιηθούν οι μαθητές τις πολλαπλές αναπαραστάσεις της γραμμικής συνάρτησης, η οποία γίνεται πλέον εργαλείο επίλυσης πρακτικών προβλημάτων.

**Ο εκπαιδευτικός, μπορεί να προτείνει την αριθμομηχανή** ώστε, να εξοικειωθούν οι μαθητές και με τις δυνατότητες του εργαλείου αυτού του λογισμικού και ειδικότερα με την κατασκευή κουμπιού.

### **3<sup>η</sup> Φάση – Επέκταση του σεναρίου**

#### **Σχέση της $\psi=ax$ με την $\psi=ax+\beta$**

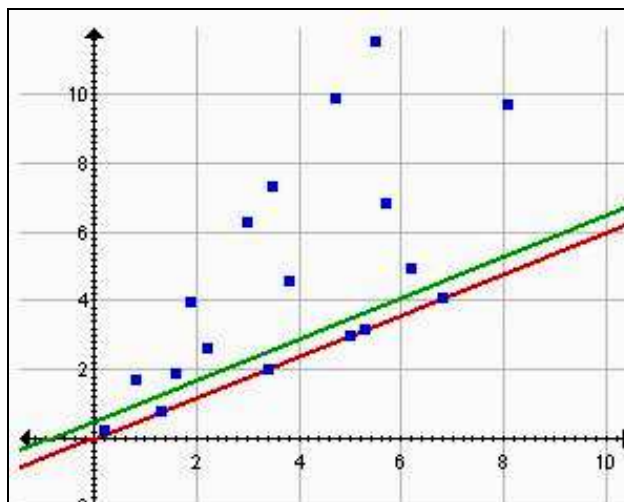
Η φάση αυτή, θα μπορούσε να αποτελέσει μία επέκταση του σεναρίου ώστε, να γίνει μετάβαση από τη γραμμική συνάρτηση στην  $\psi=ax+\beta$ .

Ο διδάσκων, πληροφορεί τους μαθητές ότι, ειδικά για το προϊόν με τιμή μονάδος 0,6 είναι απαραίτητη μία ορισμένη συσκευασία η οποία, για οποιαδήποτε ποσότητα αγοράς χρεώνεται 0,5€ επιπλέον.

Από τους μαθητές ζητείται να διαπραγματευτούν τις μετατροπές που θα πρέπει να κάνουν στον τύπο της συνάρτησης  $\psi=0,6x$ , στη γραφική της παράσταση και στον πίνακα τιμών της ώστε, να περιγράψουν σωστά τα καινούργια δεδομένα.

Εδώ, οι μαθητές, θα πρέπει, με την βοήθεια του διδάσκοντα, να οδηγηθούν στο συμπέρασμα ότι, στον τύπο πρέπει να προστεθεί η τιμή 0,5 και η γραφική παράσταση πρέπει να μετακινηθεί παράλληλα προς τα 'πάνω' ώστε, να μη μεταβληθεί η τιμή μονάδος (το  $\alpha$ ) του προϊόντος και να αυξηθούν ομοιόμορφα όλες οι τιμές κατά 0,5.





**Εικόνα 5:** Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  
 $\psi=0,6x$  και  $\psi=0,6x+0,5$ .

## Ενδεικτικό Φύλλο Εργασίας

### Πρόβλημα

Ένας πωλητής, είναι υπεύθυνος για την πώληση τριών προϊόντων Α, Β, Γ τα οποία διαθέτει σε διαφορετικές τιμές το καθένα. Κάθε φορά που κάνει μία πώληση καταγράφει την ποσότητα π (σε κιλά) και δίπλα το ποσόν τ (σε ευρώ) που εισέπραξε. Όταν ολοκληρώσει 20 πωλήσεις, παραδίδει τον πίνακα που έχει κατασκευάσει, στον προϊστάμενό του ο οποίος, θέλει να ελέγξει δύο πράγματα:

**α)** Πόσες πωλήσεις έχει κάνει ο πωλητής από κάθε προϊόν και

**β)** Αν σε κάποια πώληση, έχει γίνει λάθος στον υπολογισμό.

Επίσης, θέλει να **κατασκευάσει ένα εργαλείο**, το οποίο να υπολογίζει άμεσα την τιμή από την πώληση των τριών αυτών προϊόντων ώστε, να διευκολύνει τον υπάλληλο.

**Δραστηριότητα:** Θα προσπαθήσουμε να βοηθήσουμε τον προϊστάμενο, αξιοποιώντας τις δυνατότητες του εκπαιδευτικού λογισμικού Function Probe.

Ποσότητα π (σε κιλά)	Ποσόν τ (σε ευρώ)
0,8	1,68
0,2	0,24
1,6	1,92
1,3	0,78
5,5	11,55
1,9	3,99
11,5	6,9
3,8	4,56
3,4	2,04
6,2	4,96
2,2	2,64
3,5	7,35
5,3	3,18
6,8	4,08
5,7	6,84
4,7	9,87
1,5	9
3	6,3
8,1	9,72
5	3

## 1<sup>η</sup> Φάση Απαντήσεις στα ερωτήματα

### A. Συζητήστε και απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις.

**Ερώτηση 1.** Αν έχουμε τις συντεταγμένες πολλών σημείων σε δυο στήλες ενός πίνακα, πώς μπορούμε να εντοπίσουμε ομάδες σημείων τα οποία είναι συνευθειακά με την αρχή των αξόνων;

#### Απάντηση

.....  
.....  
.....  
.....

**Ερώτηση 2.** Αν απεικονίσουμε τα σημεία αυτά στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, πώς μπορούμε να ξεχωρίσουμε γραφικά ομάδες σημείων που είναι συνευθειακά με την αρχή των αξόνων;

#### Απάντηση

.....  
.....  
.....  
.....

**B.** Ακολουθήστε βήμα-βήμα τις παρακάτω οδηγίες ώστε, να χρησιμοποιήσετε το **λογισμικό Function Probe**, για να προσεγγίσετε το πρόβλημα.

### Βήμα 1: Κατασκευή του πίνακα τιμών

Περάστε τις τιμές των δυο στηλών (π και τ) σε δυο στήλες του Πίνακα του λογισμικού. Φτιάξτε, επίσης, μια τρίτη στήλη με το λόγο τιμή/ποσότητα (τ/π), στην οποία οι τιμές θα συμπληρωθούν αυτόματα πατώντας το ENTER.

Πίνακας		
Αρχείο	Επεξεργασία	Αποστολή
π	τ	$\lambda = \tau/\pi$
ποσότητα	τιμή	λόγος
0.8	1.68	2.1
0.2	0.24	1.2
1.6	1.92	1.2
1.3	0.78	0.6
5.5	11.55	2.1
1.9	3.99	2.1
11.5	6.9	0.6
3.8	4.56	1.2
3.4	2.04	0.6
6.2	4.96	0.8
2.2	2.64	1.2
3.5	7.35	2.1
5.3	3.18	0.6
6.8	4.08	0.6
5.7	6.84	1.2
4.7	9.87	2.1
15	9	0.6
3	6.3	2.1
8.1	9.72	1.2
5	3	0.6

**Ερώτηση 1.** Παρατηρώντας τις τιμές στον πίνακα του λογισμικού:

**α)** Μπορείτε να ξεχωρίσετε τις πωλήσεις (σημεία (π, τ)) που αντιστοιχούν στο κάθε ένα από τα τρία είδη του προϊόντος;

**β)** Υπάρχει κάποια πώληση, που δεν αντιστοιχεί σε κανένα είδος;

Αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ερώτηση 2.** Αν απεικονίσουμε τα σημεία (π, τ) στο καρτεσιανό επίπεδο, μπορείτε να προβλέψετε αν θα παρουσιάζονταν κάποιες κανονικότητες δηλ. αν εμφανίζονταν ομάδες σημείων που να ανήκουν στην ίδια καμπύλη (γραφική παράσταση);

Αν ναι, ποιες ομάδες σημείων θα δημιουργούνταν, τι μορφή θα είχαν αυτά τα γραφήματα και ποιες θα ήταν οι εξισώσεις τους; Υπάρχει κάποιο σημείο που δεν θα ανήκε σε κανένα από τα γραφήματα αυτά;

Αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας.

### Απάντηση

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

### Βήμα 2: Κατασκευή του Γραφήματος

Από το παράθυρο 'Γράφημα' του λογισμικού και το μενού 'Γράφημα', να ορίσετε τις 'Μεταβλητές' και να κάνετε την κατάλληλη 'Αλλαγή κλίμακας' ανάλογα με το εύρος των τιμών που χρειάζεστε στον κάθε άξονα, αλλά και με βάση την απαιτούμενη ακρίβεια.

Στη συνέχεια, από το παράθυρο 'Πίνακας' και από το μενού 'Αποστολή', επιλέξτε 'Σημεία σε γράφημα'. Τότε θα απεικονιστούν τα σημεία, στο Γράφημα του λογισμικού.

Κατασκευάστε την ευθεία  $y=x$ , χρησιμοποιώντας το εικονίδιο νέου τύπου  και με το εργαλείο του ελαστικού χειρισμού  περιστρέψτε την ώστε, να προσαρμοστεί πάνω στα σημεία.

Έτσι, σας δίνεται η δυνατότητα να εντοπίσετε τις ομάδες των συνευθειακών σημείων, ενώ συγχρόνως, το λογισμικό σας δίνει και τις εξισώσεις των τριών ευθειών που προκύπτουν.

**Ερώτηση 3.** Επιβεβαιώθηκαν οι απαντήσεις – προβλέψεις σας στα ερωτήματα του βήματος 1; Αν όχι γράψτε το λόγο.

**Απάντηση**

.....  
.....  
.....  
.....

**Ερώτηση 4.** Τι παριστάνει ο καθένας από τους λόγους τ/π στην αντίστοιχη γραφική παράσταση;

**Απάντηση**

.....  
.....  
.....  
.....

### **Γ' Απαντήσεις στα ερωτήματα του προβλήματος**

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα και του γραφήματος του λογισμικού, παρουσιάστε τα αποτελέσματά σας στον προϊστάμενο, σχετικά με τα ερωτήματά του και εξηγήστε τον πως μπορεί ο ίδιος να βρει τις απαντήσεις.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## 2η Φάση

### Κατασκευή εργαλείων υπολογισμού των τιμών

**A.** Συζητήστε και καταγράψτε τις δυνατότητες του λογισμικού Function Probe για την κατασκευή εργαλείων τα οποία, θα μπορούσαν να βοηθήσουν τον υπάλληλο να υπολογίζει άμεσα την τιμή πώλησης των προϊόντων Α, Β, Γ.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**B.** Χρησιμοποιήστε την Αριθμομηχανή, για να κατασκευάσετε τρία κουμπιά τα οποία, θα παράγουν ζεύγη τιμών για κάθε ένα από τα τρία προϊόντα.

## Σύνοψη των δραστηριοτήτων και αξιολόγηση

*Ως προς την διαδικασία υλοποίησης:*

Η δομή του σεναρίου, η σειρά των δραστηριοτήτων και τα ερωτήματα που τίθενται στους μαθητές, αποτελούν αντικείμενο αξιολόγησης από τον ίδιο τον διδάσκοντα. Κρατώντας σημειώσεις για τις δυσκολίες υλοποίησης συγκεκριμένων δραστηριοτήτων, μπορεί να εκτιμήσει τα σημεία στα οποία οι μαθητές δήλωναν ή εκδήλωναν δυσκολίες κατανόησης ή εφαρμογής.

Στην συνέχεια, με κατάλληλες επεμβάσεις στις δραστηριότητες, επιχειρεί να θεραπεύσει τα προβλήματα που προέκυψαν, απλοποιώντας διαδικασίες ή περιγράφοντας με μεγαλύτερη σαφήνεια τις ερωτήσεις των δραστηριοτήτων.

Πιο συγκεκριμένα, μετά την ολοκλήρωση των φάσεων της δραστηριότητας, ο διδάσκων μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να απαντήσουν σε συγκεκριμένα ερωτήματα σχετικά με:

- Τις δυσκολίες που συνάντησαν στη χρήση του λογισμικού και στη συνεργασία μεταξύ τους και τον τρόπο που τις αντιμετώπισαν.
- Τυχόν νέα μαθηματικά δεδομένα που προέκυψαν κατά την διάρκεια της δραστηριότητας ή αν χρειάστηκαν γνώσεις τις οποίες δεν γνώριζαν ή δεν ήταν επαρκώς εξοικειωμένοι.
- Το νέο ρόλο του καθηγητή.



### *Ως προς τα εργαλεία:*

Η εφαρμογή μέσα σε πραγματικές συνθήκες μιας δραστηριότητας, παρουσιάζει μη αναμενόμενες δυσκολίες οι οποίες μπορεί να οφείλονται στο ψηφιακό εργαλείο που χρησιμοποιείται. Οι δυσκολίες που θα παρουσιαστούν, θα καταγραφούν από τον διδάσκοντα ο οποίος, είτε θα βελτιώσει τις απαιτήσεις του σεναρίου είτε, θα σχεδιάσει μια περισσότερο κατευθυνόμενη πορεία εφαρμογής του ίδιου σεναρίου.

### *Ως προς την προσαρμογή και επεκτασιμότητα*

Ο εκπαιδευτικός μετά από κάθε εφαρμογή του σεναρίου επανεκτιμά τη δομή του σεναρίου και σχεδιάζει νέες δυνατότητες και επεκτάσεις. Το συγκεκριμένο σενάριο θα μπορούσε να αποτελέσει την βάση πάνω στην οποία είναι δυνατόν να οργανωθεί η διδασκαλία της  $\psi=ax+\beta$ .