

## 9. Παραδείγματα σεναρίων με βάση τις κατηγορίες λογισμικού

---

### 9.1 Συμβολική έκφραση μέσω του προγραμματισμού.

#### 9.1.1 Σενάριο 1. Σκιτσάροντας με Παραλληλόγραμμα

##### *Γνωστική περιοχή:*

Γεωμετρία (και σχέσεις μεταξύ γενικευμένων αριθμών).

##### *Θέμα:*

Η διερεύνηση μερικών βασικών ιδιοτήτων των παραλληλογράμμων από τους μαθητές με χρήση εργαλείων συμβολικής έκφρασης και δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων.

##### *Τεχνολογικά εργαλεία:*

Το σενάριο προτείνεται να υλοποιηθεί με το λογισμικό Χελωνόκοσμος.

##### *Σκεπτικό:*

##### *Βασική ιδέα*

Σύμφωνα με το σενάριο αυτό οι μαθητές θα εμπλακούν σε διαδικασίες κατασκευής παραλληλογράμμων και μετέπειτα χρήσης τους για την κατασκευή δυναμικών σκίτσων. Το κύριο μέρος της διερεύνησης των μαθητών για την κατασκευή παραλληλογράμμων θα βασιστεί σε απλές διαδικασίες σε γλώσσα Logo οι οποίες όταν εκτελούνται έχουν ως αποτέλεσμα τη δημιουργία τεθλασμένων γραμμών. Οι μαθητές θα κληθούν να κάνουν πειράματα για το πότε το αποτέλεσμα της εκτέλεσής τους σχεδιάζει παραλληλόγραμμο. Για τον πειραματισμό αυτό, θα εκτελούν τις διαδικασίες με διαφορετικές τιμές πλευρών ή γωνιών τις οποίες παράλληλα θα μπορούν να μεταβάλλουν δυναμικά χρησιμοποιώντας τα διαθέσιμα υπολογιστικά εργαλεία. Ο στόχος είναι να ανακαλύψουν οι ίδιοι οι μαθητές τις βασικές ιδιότητες των παραλληλογράμμων και να ‘διορθώσουν’ τις διαδικασίες ώστε να φτιάχνουν πάντοτε παραλληλόγραμμο. Στο τέλος θα χρησιμοποιήσουν τα διορθωμένα

προγράμματα για να φτιάξουν σχέδια δικής τους επιλογής βασισμένα στο παραλληλόγραμμο ως δομικό λίθο στα σχέδιά τους. Τα σχέδια αυτά μπορούν να τα ‘ζωντανέψουν’ δίνοντας τους κίνηση με το εργαλείο δυναμικού χειρισμού (μεταβολέας).

### ***Προστιθέμενη αξία***

Η διδασκαλία των ιδιοτήτων των γεωμετρικών σχημάτων στην παραδοσιακή τάξη γίνεται με τη μορφή της παρουσιάσής τους από το διδάσκοντα. Οι μαθητές καλούνται έτσι να “μάθουν” την αντίστοιχη γεωμετρική γνώση μέσα από την παρατήρηση ή το σχεδιασμό γεωμετρικών σχημάτων με στατικά μέσα αναπαράστασης τα οποία μπορεί να προσφέρουν περιορισμένες δυνατότητες εμπλοκής τους σε διαδικασίες διερεύνησης των ιδιοτήτων και των σχέσεων που διέπουν την κατασκευή τους. Στα λογισμικά συμβολικής έκφρασης για τη γεωμετρία όπως ο Χελωνόκοσμος οι μαθητές θα χρησιμοποιήσουν συνδυασμό αναπαραστάσεων των αντίστοιχων μαθηματικών εννοιών, δηλαδή θα τις διατυπώσουν υπό τη μορφή εντολών σε συμβολική γλώσσα, θα παρατηρήσουν το γραφικό αποτέλεσμα των εντολών στο μηχάνημα και θα χειριστούν δυναμικά τις γεωμετρικές τους κατασκευές αλλάζοντας με συνεχή τρόπο τις τιμές των μεταβλητών μεγεθών τους. Με την βοήθεια της προτεινόμενης δραστηριότητας θα εμπλακούν σε διαδικασίες εικασίας, κατασκευής υποθέσεων, εξαγωγής συμπερασμάτων και σταδιακής γενίκευσης και διατύπωσης κανόνων για τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων.

### **Πλαίσιο εφαρμογής**

#### ***Σε ποιους απευθύνεται***

Το σενάριο προτείνεται να εφαρμοστεί στην Α' γυμνασίου.

#### ***Χρόνος υλοποίησης***

Για την εφαρμογή του σεναρίου εκτιμάται ότι απαιτούνται 6 διδακτικές ώρες.

#### ***Χώρος υλοποίησης***

Το σενάριο προτείνεται να διεξαχθεί εξ’ ολοκλήρου στο εργαστήριο υπολογιστών, ώστε οι μαθητές να μοιράζονται τους υπολογιστές και να μπορούν να πειραματίζονται οι ίδιοι, χωρισμένοι σε μικρές ομάδες.

### ***Προαπαιτούμενες γνώσεις***

Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν τις βασικές λειτουργικότητες του Χελωνόκοσμου, τις απλές εντολές της γλώσσας Logo και τις έννοιες της παραλληλίας ευθειών, του τετραπλεύρου και της γωνίας.

### ***Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία***

Τετράδιο (για να κρατούν σημειώσεις για την πορεία της διερεύνησης και να καταγράφουν τα συμπεράσματά τους).

Φύλλα εργασίας τα οποία δίνονται από τον/την διδάσκοντα/διδάσκουσα και έχουν ως στόχο να καθοδηγούν τους μαθητές στη διερεύνηση των διαφόρων ερωτημάτων. Πριν την διεξαγωγή της δραστηριότητας ο/η διδάσκων/διδάσκουσα μπορεί, μέσω απλών δραστηριοτήτων, να συζητήσει με τους μαθητές για τις βασικές εντολές της Logo, τις λειτουργικότητες του Χελωνόκοσμου αλλά και τις μαθηματικές έννοιες που απαιτούνται ως υπόβαθρο για την διεξαγωγή της.

### ***Κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης***

Οι μαθητές εργαζόμενοι σε ομάδες και καθοδηγούμενοι από φύλλο εργασίας, καλούνται να εξερευνήσουν τις προϋποθέσεις κατασκευής παραλληλογράμμων χρησιμοποιώντας παραμετρικές διαδικασίες που τους έχουν δοθεί από τον/την διδάσκοντα/διδάσκουσα. Η διερεύνηση αυτή θα γίνει συνεργατικά. Στη διάρκεια της υλοποίησης του σεναρίου ο/η διδάσκοντα/διδάσκουσα θα πρέπει να ελέγχει τα συμπεράσματα των μαθητών, να διευκολύνει την επιχειρηματολογία και να προκαλεί συζητήσεις με όλη την τάξη όταν θεωρεί ότι τα συμπεράσματα κάποιων ομάδων θα είναι χρήσιμα για τη διερεύνηση και των υπολοίπων.

### ***Στόχοι***

Βασικός διδακτικός στόχος είναι η ανακάλυψη, κατανόηση και εφαρμογή βασικών ιδιοτήτων των παραλληλογράμμων και η μελέτη ορισμένων ειδικών περιπτώσεων παραλληλογράμμων (ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο) μέσα από το δυναμικό τρόπο χειρισμού και κατασκευής τους. Απώτερος στόχος είναι να δοθεί στους μαθητές η δυνατότητα να εμβαθύνουν στις ιδιότητες ενός γεωμετρικού σχήματος και παράλληλα να διερευνήσουν το πώς μπορούν να χρησιμοποιήσουν τις συγκεκριμένες ιδιότητες για να φτιάξουν και να κινήσουν άλλα δικά τους σχέδια. Ειδικότερα, οι επιδιωκόμενοι στόχοι μέσα από τη συγκεκριμένη διερεύνηση είναι:

## **Ως προς το γνωστικό αντικείμενο**

Να ‘ανακαλύψουν’ οι μαθητές ότι :

Στα παραλληλόγραμμα οι απέναντι γωνίες είναι ίσες

Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες

Το άθροισμα των γωνιών είναι 360 μοίρες

Οι προσκείμενες σε μια πλευρά γωνίες είναι παραπληρωματικές

Να μελετήσουν ειδικές περιπτώσεις παραλληλογράμμων:

το ορθογώνιο έχει και τις τέσσερις γωνίες του ορθές

το τετράγωνο έχει και τις τέσσερις πλευρές του ίσες και τις τέσσερις γωνίες του ορθές

ο ρόμβος έχει και τις τέσσερις πλευρές του ίσες.

## **Ως προς τη χρήση νέων τεχνολογιών**

Δημιουργία, ερμηνεία και διόρθωση απλών προγραμμάτων σε γλώσσα Logo που περιέχουν παραμετρικές διαδικασίες (διαδικασίες με μεταβλητές) για την κατασκευή παραλληλογράμμων.

Χρήση του εργαλείου δυναμικού χειρισμού (Μεταβολέας) για το χειρισμό αριθμητικών δεδομένων προκειμένου να προκύψουν κλειστά σχήματα και ειδικότερα παραλληλόγραμμα.

Ως προς τη μαθησιακή διαδικασία

Άσκηση στη διεξαγωγή πειραμάτων προκειμένου να ‘κλείσει’ ένα παραλληλόγραμμο.

Διατύπωση υποθέσεων και εξαγωγή συμπερασμάτων για τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων.

Σταδιακή γενίκευση των συμπερασμάτων τους μέχρι να καταλήξουν στη διατύπωση κανόνα για τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων.

## **Ανάλυση του σεναρίου**

### ***Ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων***

Η εφαρμογή των δραστηριοτήτων μπορεί να διαχωριστεί σε τρεις φάσεις:

1η Φάση: Κατασκευή ορθογωνίου.

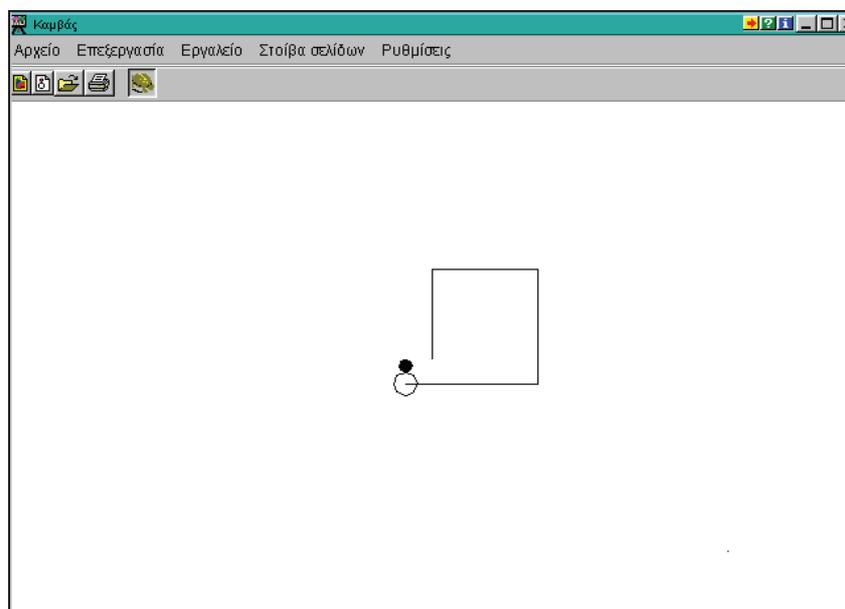
Δίνεται στους μαθητές η παρακάτω παραμετρική διαδικασία:

για μυστήριο1 :α :β :γ :δ

μ :α δ 90 μ :β δ 90 μ :γ δ 90 μ :δ δ 90

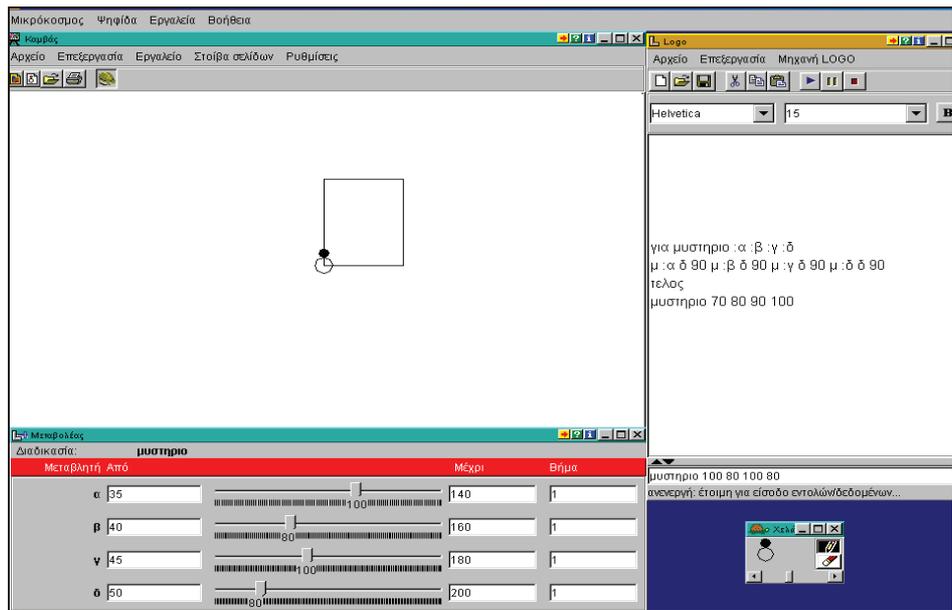
τέλος

Ζητείται να την εκτελέσουν δίνοντας τυχαίες τιμές στις μεταβλητές α, β, γ και δ. Η διαδικασία αυτή θα κατασκευάσει (για τυχαίες τιμές των μεταβλητών) μία τεθλασμένη γραμμή με ορθές γωνίες. Στην εικόνα 16 φαίνεται η γραμμή για τις τιμές 70, 80,90, 100 αντιστοίχως.



Εικόνα 18

Ζητείται από την κάθε ομάδα μαθητών να κάνει πειράματα προσπαθώντας να βρει ποια σχέση πρέπει να υπάρχει μεταξύ των τεσσάρων τιμών των μεταβλητών ώστε να προκύψει ορθογώνιο και να διατυπώσει τον κανόνα. Στην εικόνα 17 φαίνεται το ορθογώνιο που κατασκευάζεται από την προηγούμενη διαδικασία για α=γ=100 και β=δ=80.



Εικόνα 19

Τους ζητείται δηλαδή να πειραματισθούν χρησιμοποιώντας διάφορες αριθμητικές τιμές, να χρησιμοποιήσουν τον μεταβολέα για να δουν με ποιο τρόπο μεταβάλλεται το σχήμα καθώς αυξομειώνεται μια τιμή, να συζητήσουν και να καταγράψουν τα συμπεράσματά τους.

Η εμπειρία αυτή αναμένεται να τροφοδοτήσει σχετική συζήτηση τόσο στα πλαίσια της κάθε ομάδας όσο και στην τάξη συνολικά με στόχο να διατυπώσουν μαθητές συμπεράσματα όπως: οι απέναντι πλευρές του ορθογωνίου είναι ίσες

όταν όλες οι πλευρές του ορθογωνίου είναι ίσες έχουμε τετράγωνο.

Για το σκοπό αυτό, κατά την διάρκεια του πειραματισμού στον υπολογιστή, ο/η εκπαιδευτικός περιφέρεται στις ομάδες των μαθητών κάνοντας ερωτήσεις και παροτρύνοντας τους μαθητές να δοκιμάσουν διάφορες αριθμητικές τιμές ώστε κρίσιμες πτυχές του γνωστικού αντικειμένου να έρχονται στο προσκήνιο (π.χ. τότε 'κλείνει' το σχήμα; Δοκιμάστε με διαφορετικές γωνίες) αξιοποιώντας ενέργειες και δράσεις των μαθητών κατά την αλληλεπίδρασή τους με τα κατασκευαζόμενα σχήματα.

Στη συνέχεια, οι μαθητές χρησιμοποιούν τον κανόνα, που πρέπει να συνδέει τις μεταβλητές για να κατασκευάζεται ορθογώνιο, για να διορθώσουν την παραμετρική διαδικασία ώστε αυτή να περιέχει δύο μόνο μεταβλητές. Αναμένεται να προκύψουν διαδικασίες της μορφής:

*για ορθογώνιο : $\chi$  : $\psi$*

$\mu : \chi \delta 90 \mu : \psi \delta 90 \mu : \chi \delta 90 \mu : \psi \delta 90$

τέλος

## 2η Φάση: Κατασκευή παραλληλογράμμου.

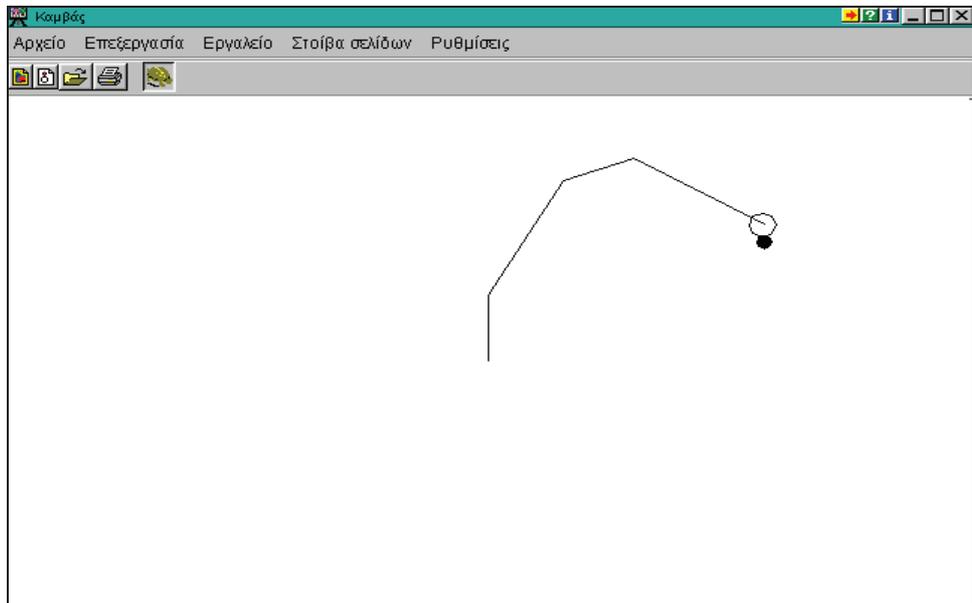
Δίνεται στους μαθητές η ακόλουθη παραμετρική διαδικασία:

για μυστήριο2 :ε :ζ :η :θ

$\mu 50 \delta : \varepsilon \mu 100 \delta : \zeta \mu 50 \delta : \eta \mu 100 \delta : \theta$

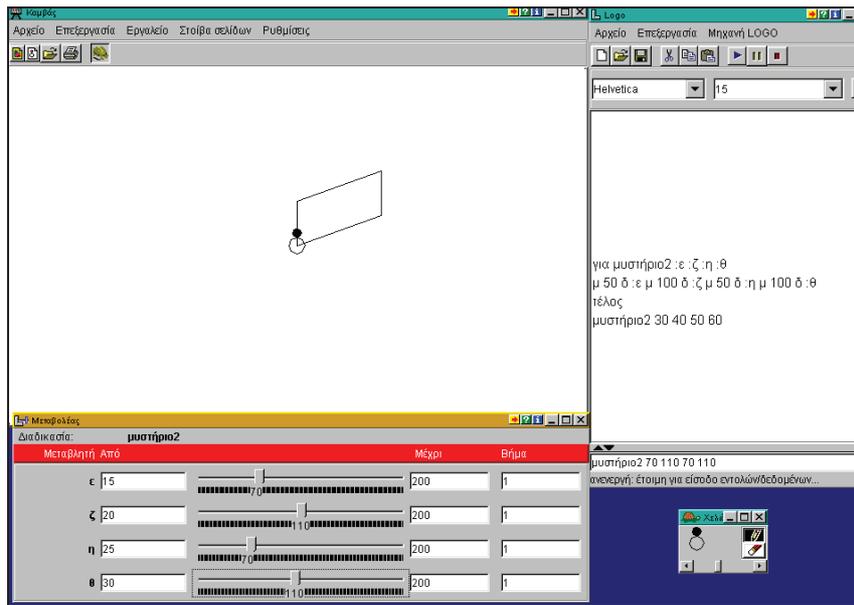
τέλος

Ζητείται να την εκτελέσουν δίνοντας τυχαίες τιμές στις μεταβλητές ε, ζ, η και θ. Η διαδικασία αυτή θα κατασκευάσει (για τυχαίες τιμές των μεταβλητών) μία τεθλασμένη γραμμή (στην εικόνα 18 φαίνεται η γραμμή για τις τιμές 30, 40,50, και 60 αντιστοίχως).



Εικόνα 20

Ζητείται από την κάθε ομάδα μαθητών να κάνει πειράματα προσπαθώντας να βρει: ποια σχέση πρέπει να υπάρχει μεταξύ των τεσσάρων τιμών των μεταβλητών για να είναι το σχήμα παραλληλόγραμμο. Στην εικόνα 19 φαίνεται το ορθογώνιο που κατασκευάζεται από την προηγούμενη διαδικασία για  $\varepsilon = \eta = 70$  και  $\zeta = \theta = 110$ .



Εικόνα 21

Όπως και στην προηγούμενη φάση γίνεται η ίδια διαδικασία πειραματισμού και συζήτησης με στόχο να κατανοήσουν οι μαθητές ότι:

Το άθροισμα των γωνιών του παραλληλογράμμου είναι 360 μοίρες

Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες

Οι διαδοχικές γωνίες είναι παραπληρωματικές

Το ορθογώνιο και το τετράγωνο είναι ειδικές περιπτώσεις παραλληλογράμμου

Αφού οι μαθητές βρουν τον κανόνα που πρέπει να συνδέει τις μεταβλητές για να κατασκευάζεται παραλληλόγραμμο τους ζητείται να διορθώσουν τη διαδικασία ώστε να περιέχει μία μόνο μεταβλητή. Αναμένεται να προκύψουν διαδικασίες της μορφής:

για Απαραλληλόγραμμο : $\varepsilon$

$\mu 50 \delta : \varepsilon \mu 100 \delta : 180 - : \varepsilon \mu 50 \delta : \varepsilon \mu 100 \delta : 180 - : \varepsilon$

τέλος

Τέλος, η διαδικασία διερεύνησης καταλήγει στο να ορίσουν όλες οι ομάδες την διαδικασία που κατασκευάζει παραλληλόγραμμο με τρεις μεταβλητές [δύο για τις πλευρές και μία για τη γωνία]:

για Βπαραλληλόγραμμο : $\chi : \psi : \varepsilon$

$\mu : \chi \delta : \varepsilon \mu : \psi \delta 180 - : \varepsilon \mu : \chi \delta : \varepsilon \mu : \psi \delta 180 - : \varepsilon$

τέλος

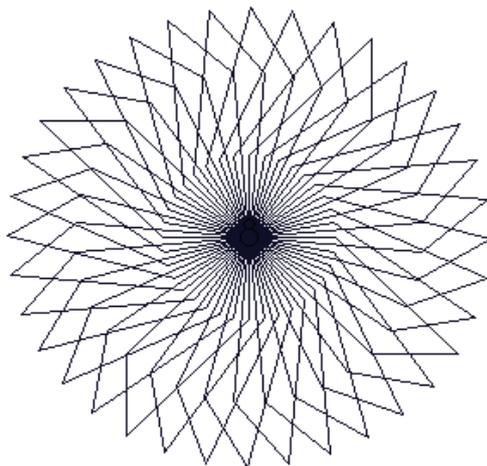
### 3η Φάση: Κατασκευή σχεδίων με βάση το παραλληλόγραμμο.

Στη φάση αυτή ζητείται από τους μαθητές να κατασκευάσουν ένα δικό τους σκαρίφημα ή σχέδιο βασισμένο σε πολλά διαφορετικά παραλληλόγραμμο που θα μπορούν να ‘κινήσουν’ με το μεταβολέα. Με στόχο να βιώσουν την ισχύ του γενικευμένου -χάρη στα μαθηματικά – εργαλείου, προτείνεται στους μαθητές να χρησιμοποιήσουν ως δομικό λίθο τη διαδικασία κατασκευής παραλληλογράμμων διαφορετικής μορφής και μεγέθους που έχουν ήδη έχουν φτιάξει στην προηγούμενη φάση (Βπαραλληλογραμμο). Για παράδειγμα, η κατασκευή ενός ανεμόμυλου μπορεί να ολοκληρωθεί με τον καθορισμό της παραμετρικής διαδικασίας που θα κατασκευάζει  $n$  παραλληλόγραμμο (με τη διαδικασία Βπαραλληλογραμμο) που θα στρέφονται κατά γωνία  $360/n$  (Εικόνα 20).

για ανεμόμυλο  $:\chi : \psi : \varepsilon : n$

επαναλαβε  $:n$  [Βπαραλληλόγραμμο  $:\chi : \psi : \varepsilon \delta 360/:n$ ]

τέλος



Εικόνα 22

Σε αυτό το σημείο μπορεί να τεθούν ερωτήματα όπως:

Πότε ο ανεμόμυλος στρέφεται γρηγορότερα καθόσον κινείται ο μεταβολέας;

Πώς επηρεάζει το σχήμα του ανεμόμυλου η αλλαγή κάθε μεταβλητής;

Η φάση αυτή ολοκληρώνεται με την παρουσίαση της δουλειάς κάθε ομάδας στην τάξη και διάλογο πάνω στις εργασίες των μαθητών.

### **Επέκταση**

Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν το Χελωνόκοσμο και τις γνώσεις που αποκόμισαν από την διεξαγωγή της δραστηριότητας για να πειραματιστούν με τη διερεύνηση των γεωμετρικών ιδιοτήτων της κατασκευής συνθετότερων γεωμετρικών σχημάτων, όπως κανονικών πολυγώνων.

### **Αξιολόγηση μετά την εφαρμογή**

#### ***Ως προς τις επιδιώξεις του σεναρίου***

Μετά την υλοποίηση του σεναρίου ο διδάσκων ελέγχει κατά πόσο επετεύχθησαν οι στόχοι του σεναρίου. Ένας τρόπος είναι και η κατασκευή κατάλληλων ερωτήσεων τις οποίες στο τέλος θα απευθύνει προς τους μαθητές για να ελέγξει τον βαθμό κατανόησης των εννοιών που σχετίζονται με τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων.

#### ***Ως προς τα εργαλεία***

Η εφαρμογή μέσα σε πραγματικές συνθήκες μιας δραστηριότητας παρουσιάζει μη αναμενόμενες δυσκολίες οι οποίες μπορεί να οφείλονται στο ψηφιακό εργαλείο που χρησιμοποιείται. Στο Χελωνόκοσμο ευνοείται ο συμβολισμός μεταβαλλόμενων μεγεθών και ο χειρισμός τους με το ‘σύρσιμο’ μιας αριθμογραμμής, που είναι καινούριες αναπαραστάσεις για τους μαθητές. Για παράδειγμα, οι διασυνδέσεις μιας μεταβλητής με το μέγεθος που αναπαριστά και την δυναμική αλλαγή των τιμών της στον αντίστοιχο μεταβολέα είναι προς διερεύνηση. Κάθε διδάσκων οφείλει να λάβει υπόψη τις όποιες δυσκολίες και να επανασχεδιάσει την εφαρμογή εκ νέου (επιλέγοντας π.χ. κατάλληλες δραστηριότητες για την εισαγωγή των μαθητών στη χρήση των εργαλείων).

#### ***Ως προς την διαδικασία υλοποίησης***

Η δομή του σεναρίου, η σειρά των δραστηριοτήτων και τα ερωτήματα που τίθενται στους μαθητές αποτελούν αντικείμενο αξιολόγησης από τον ίδιο τον διδάσκοντα. Για παράδειγμα,

πόσο εύκολο ήταν για τους μαθητές να κατασκευάσουν συνθέσεις γεωμετρικών κατασκευών στην 3η φάση με βάση τα παραλληλόγραμμα που κατασκεύαζαν; Ο διδάσκων μπορεί να κρατάει σημειώσεις για τις δυσκολίες υλοποίησης συγκεκριμένων δραστηριοτήτων ώστε να είναι σε θέση στο μέλλον, ανάλογα με το διαθέσιμο χρόνο ή τις γνωστικό επίπεδο συγκεκριμένων μαθητών, να προβεί σε αλλαγές στη ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων, στη διατύπωσή τους ή ακόμα και στα εκάστοτε ζητούμενα.

### ***Ως προς την προσαρμογή και επεκτασιμότητα***

Το σενάριο είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε η υλοποίησή του να σχετίζεται τόσο με τη χρήση του υπολογιστικού περιβάλλοντος όσο και με τις εμπλεκόμενες μαθηματικές έννοιες που αφορούν τις ιδιότητες της κατασκευής παραλληλογράμμων. Ο εκπαιδευτικός μετά από κάθε εφαρμογή του σεναρίου επανεκτιμά την δομή του και σχεδιάζει νέες δυνατότητες και επεκτάσεις. Το συγκεκριμένο σενάριο προσφέρει περιθώρια διαφοροποιημένης διδακτικής ανέλιξης και επιλογής σημείων εστίασης, καθώς το μαθηματικό μέρος που καλύπτει μπορεί να συμπεριλάβει π.χ. τη μελέτη της χρήσης μεταβλητών, της έννοιας της γωνίας/στροφής κ.λπ.

### **9.1.2 Σενάριο 2. Κατασκευή δυναμικής γραμματοσειράς**

#### ***Γνωστική περιοχή:***

Γεωμετρία.

#### ***Θέμα:***

Η διερεύνηση της αυξομείωσης γεωμετρικών κατασκευών με χρήση εργαλείων συμβολικής έκφρασης και δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων. Ο όρος αυξομείωση αναφέρεται στη δυνατότητα μεγέθυνσης-σμίκρυνσης δυναμικά μεταβαλλόμενων γεωμετρικών σχημάτων, η κατασκευή των οποίων βασίζεται σε σχέσεις αναλογίας μεταξύ των μεταβλητών μεγεθών τους που μπορεί να εκφραστούν στη μορφή  $y = ax$ . Παρότι στο επίκεντρο του σεναρίου βρίσκονται οι μαθηματικές έννοιες λόγου και αναλογίας, παράλληλα, δίνονται δυνατότητες εξοικείωσης των μαθητών με τη χρήση μεταβλητών για κατασκευές γεωμετρικών σχημάτων και διερεύνησης του ρόλου τους στην κατασκευή αυξομειούμενων μοντέλων τους.

#### ***Τεχνολογικά εργαλεία***